第2章 连通和遍历

程龚
南京大学 计算机科学与技术系
gcheng@nju.edu.cn
http://ws.nju.edu.cn/~gcheng

本章内容

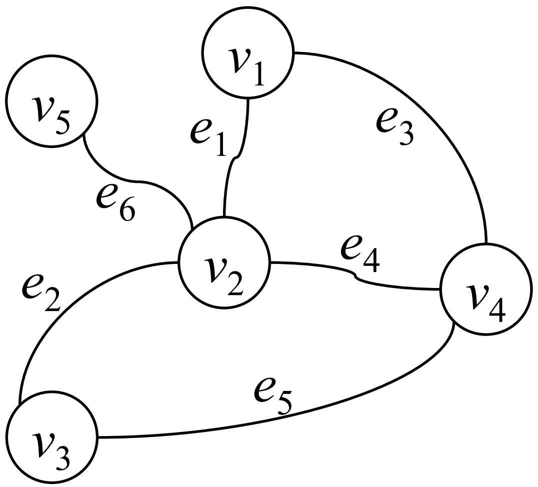
- 第2.1节 连通和DFS
- 第2.2节 割点和割边
- 第2.3节 距离和BFS

本章内容

- 第2.1节 连通和DFS
  - **第2.1.1节 理论**
  - 第2.1.2节 算法
- 第2.2节 割点和割边
- 第2.3节 距离和BFS

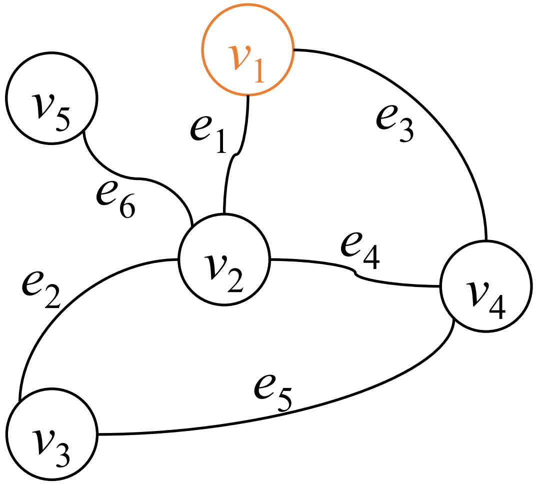
路线、起点、终点、长度、平凡路线

- **路线**是以顶点开始、顶点和边交替出现、以顶点结束的序列$v_0, e_1, v_1, \ldots e_l, v_l$，其中每条边$e_i$的两个端点恰为顶点$v_{i-1}$和$v_i$，称作一条$v_0$-$v_l$路线
  起点：顶点v_0
  终点：顶点v_l
  长度：非负整数l
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_2, v_2$
    起点v_1，终点v_2，长度为3



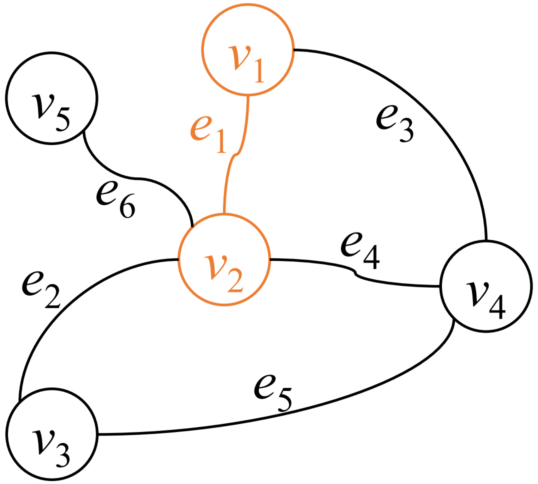
路线、起点、终点、长度、平凡路线

- **路线**是以顶点开始、顶点和边交替出现、以顶点结束的序列$v_0, e_1, v_1, \ldots e_l, v_l$，其中每条边$e_i$的两个端点恰为顶点$v_{i\text{-}1}$和$v_i$，称作一条$v_0$-$v_l$路线
  起点：顶点v_0
  终点：顶点v_l
  长度：非负整数l
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_2, v_2$
    起点v_1，终点v_2，长度为3



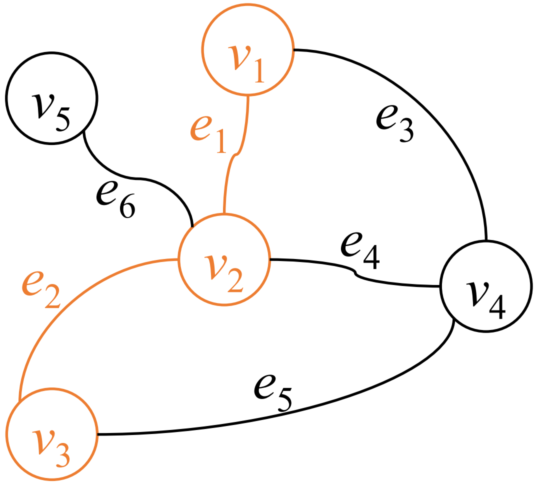
路线、起点、终点、长度、平凡路线

- **路线**是以顶点开始、顶点和边交替出现、以顶点结束的序列$v_0, e_1, v_1, \ldots e_l, v_l$，其中每条边$e_i$的两个端点恰为顶点$v_{i-1}$和$v_i$，称作一条$v_0$-$v_l$路线
  起点：顶点v_0
  终点：顶点v_l
  长度：非负整数l
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_2, v_2$
    起点v_1，终点v_2，长度为3



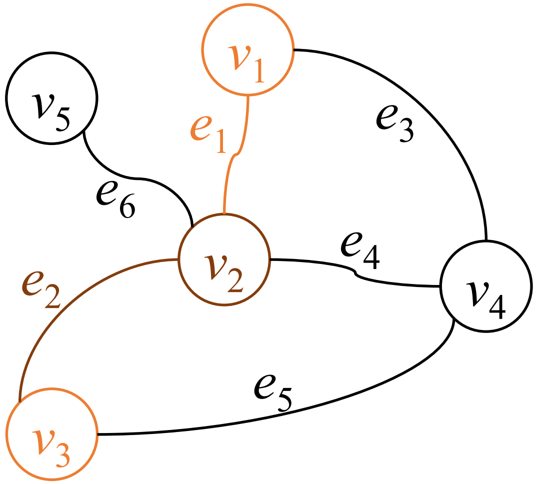
路线、起点、终点、长度、平凡路线

- **路线**是以顶点开始、顶点和边交替出现、以顶点结束的序列$v_0, e_1, v_1, \dots e_l, v_l$，其中每条边$e_i$的两个端点恰为顶点$v_{i-1}$和$v_i$，称作一条$v_0$-$v_l$路线
  起点：顶点v_0
  终点：顶点v_l
  长度：非负整数l
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_2, v_2$
    起点v_1，终点v_2，长度为3



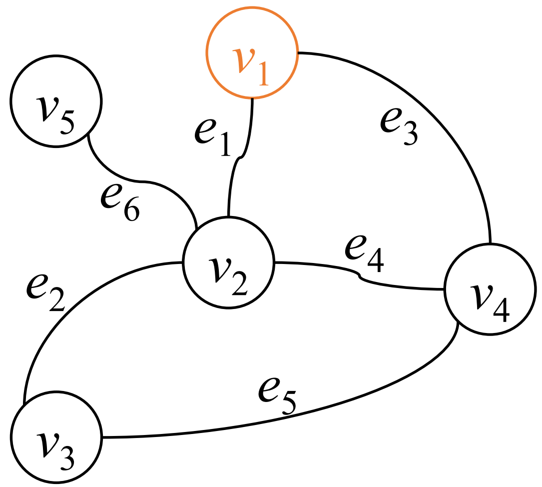
路线、起点、终点、长度、平凡路线

- **路线**是以顶点开始、顶点和边交替出现、以顶点结束的序列$v_0, e_1, v_1, \ldots e_l, v_l$，其中每条边$e_i$的两个端点恰为顶点$v_{i\text{-}1}$和$v_i$，称作一条$v_0$-$v_l$路线
  起点：顶点v_0
  终点：顶点v_l
  长度：非负整数l
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_2, v_2$
    起点v_1，终点v_2，长度为3



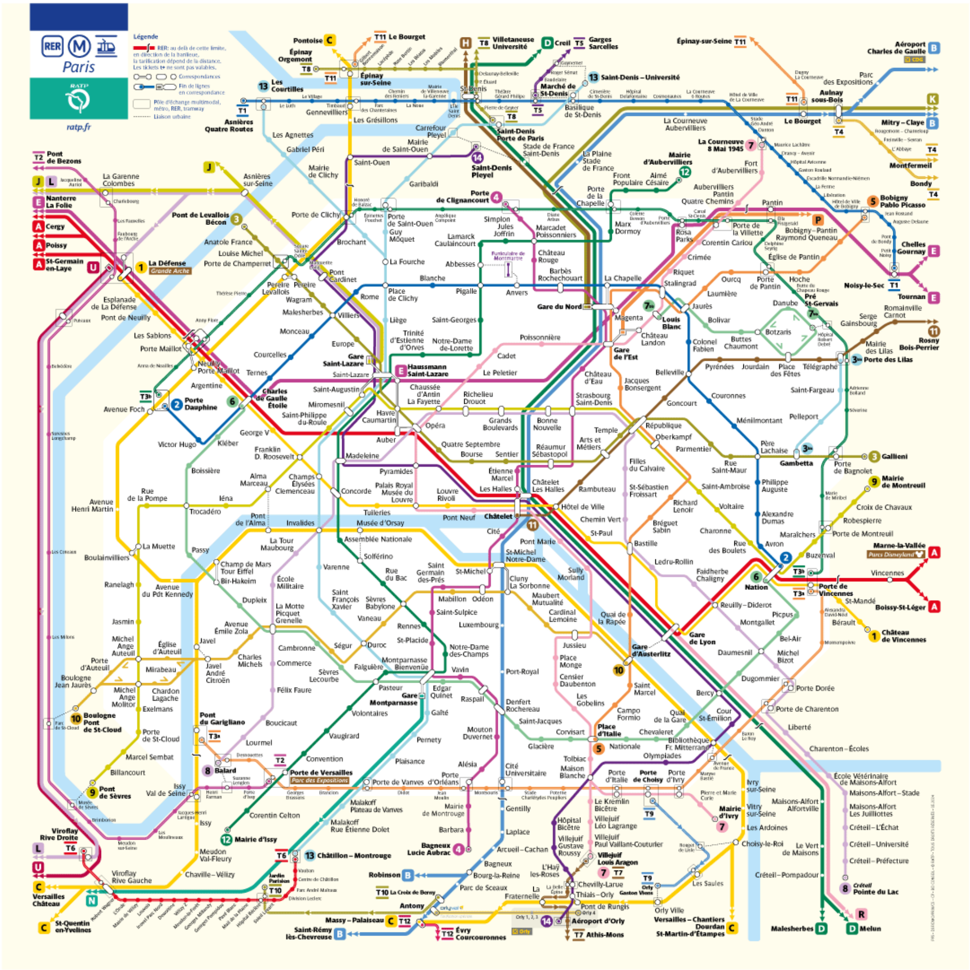
路线、起点、终点、长度、平凡路线

- 路线是以顶点开始、顶点和边交替出现、以顶点结束的序列$v_0, e_1, v_1, \dots e_l, v_l$，其中每条边$e_i$的两个端点恰为顶点$v_{i-1}$和$v_i$，称作一条$v_0$-$v_l$路线
  起点：顶点v_0
  终点：顶点v_l
  长度：非负整数l
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_2, v_2$
    起点v_1，终点v_2，长度为3
- 长度为0的路线称作**平凡路线**
  - 例如：v_1



路线、起点、终点、长度、平凡路线

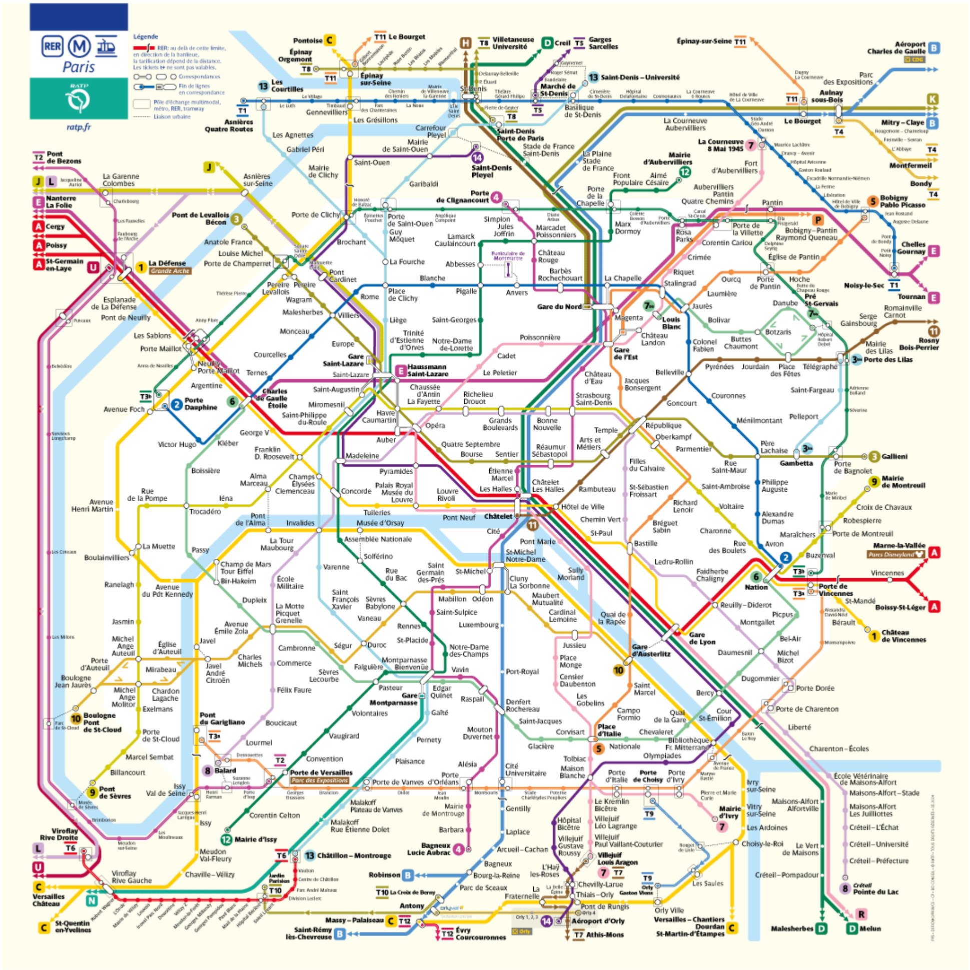
- 从一个站点到另一个站点的路线



https://www.ratp.fr/plan-de-ligne/img/metro/Plan-Metro.1722015166.png

路线、起点、终点、长度、平凡路线

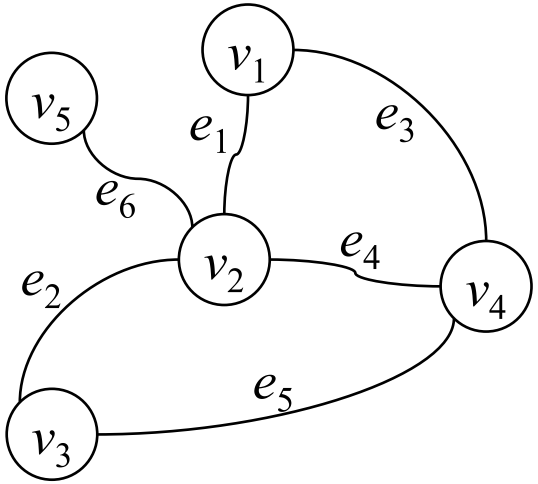
- 从一个站点到另一个站点的路线
- 通常希望路线“不重复”



https://www.ratp.fr/plan-de-ligne/img/metro/Plan-Metro.1722015166.png

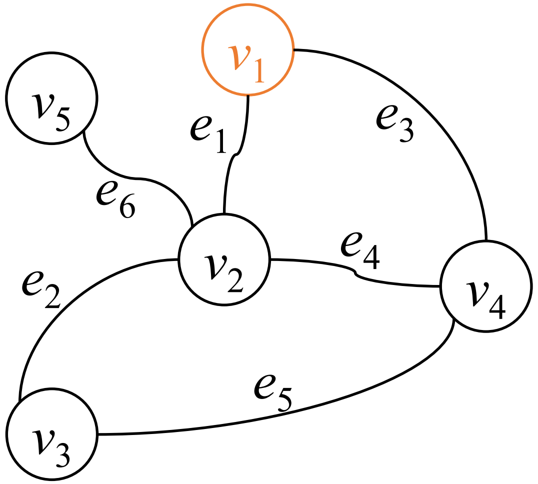
迹、路、内顶点

- 边在序列中不重复出现的路线称作**踪迹**，简称**迹**
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4, e_4, v_2, e_6, v_5$



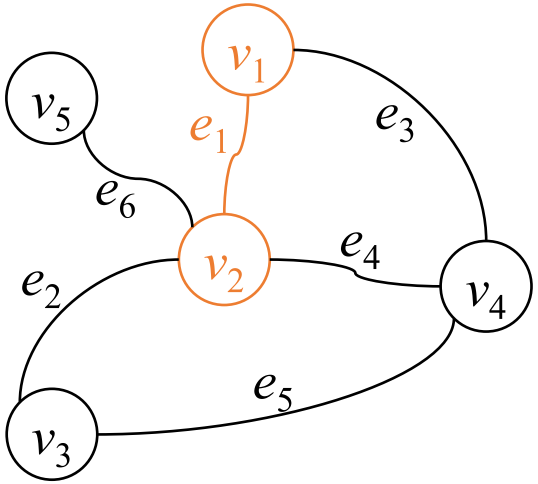
迹、路、内顶点

- 边在序列中不重复出现的路线称作**踪迹**，简称**迹**
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4, e_4, v_2, e_6, v_5$



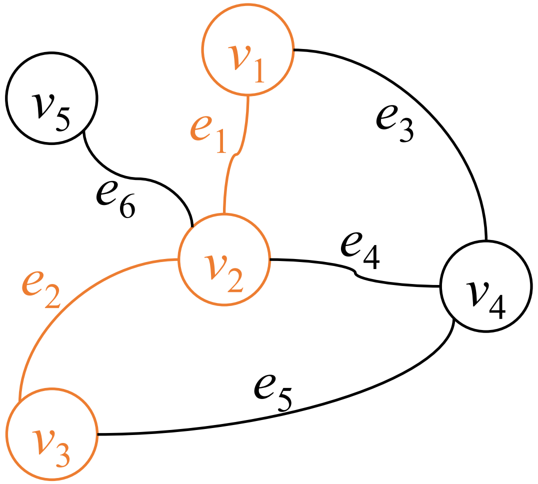
迹、路、内顶点

- 边在序列中不重复出现的路线称作**踪迹**，简称**迹**
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4, e_4, v_2, e_6, v_5$



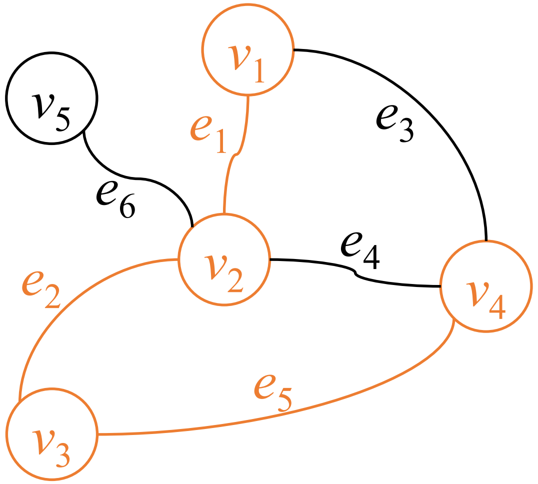
迹、路、内顶点

- 边在序列中不重复出现的路线称作**踪迹**，简称**迹**
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4, e_4, v_2, e_6, v_5$



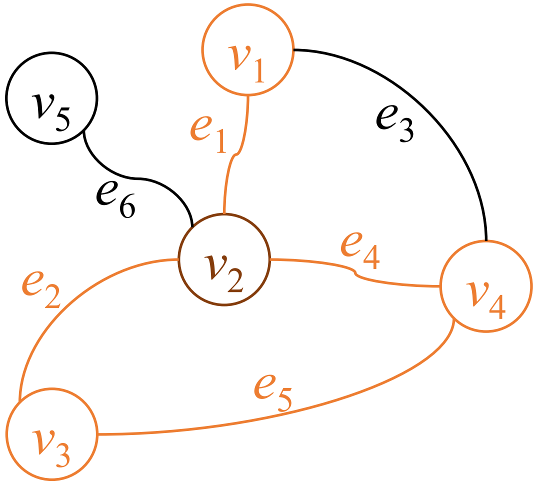
迹、路、内顶点

- 边在序列中不重复出现的路线称作**踪迹**，简称**迹**
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4, e_4, v_2, e_6, v_5$



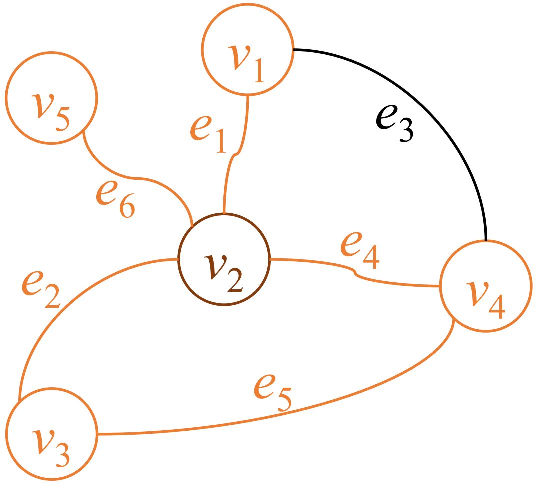
迹、路、内顶点

- 边在序列中不重复出现的路线称作**踪迹**，简称**迹**
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4, e_4, v_2, e_6, v_5$



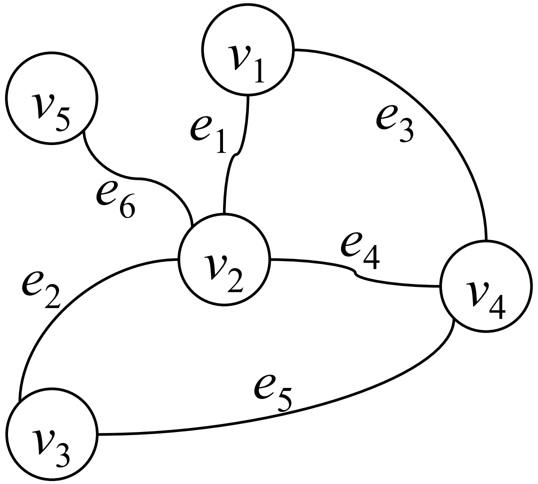
迹、路、内顶点

- 边在序列中不重复出现的路线称作**踪迹**，简称**迹**
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4, e_4, v_2, e_6, v_5$



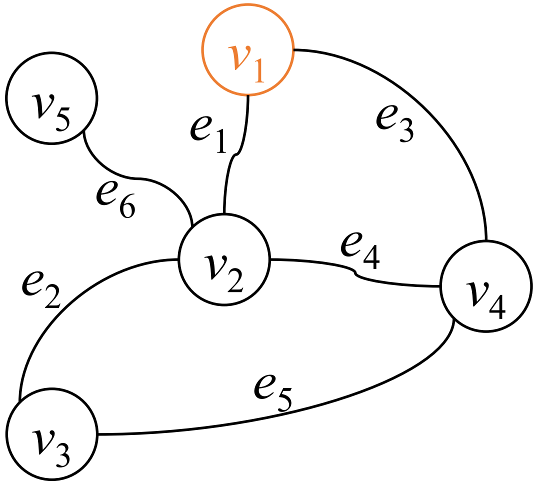
迹、路、内顶点

- 边在序列中不重复出现的路线称作踪迹，简称迹
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4, e_4, v_2, e_6, v_5$
- 顶点在序列中不重复出现的迹称作**路径**，简称**路**
  路中除起点和终点外的其它顶点称作**内顶点**
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4$
    内顶点包括v_2和v_3



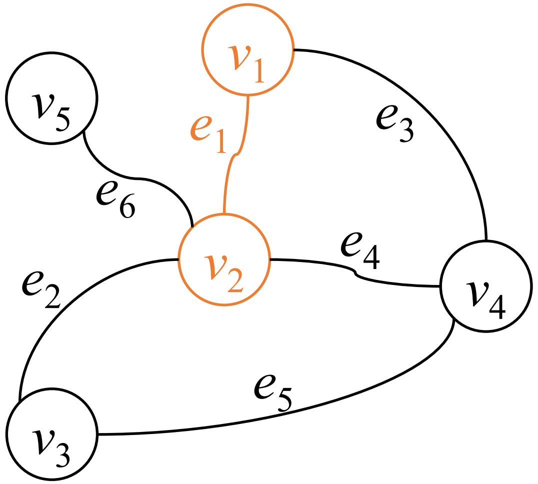
迹、路、内顶点

- 边在序列中不重复出现的路线称作踪迹，简称迹
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4, e_4, v_2, e_6, v_5$
- 顶点在序列中不重复出现的迹称作**路径**，简称**路**
  路中除起点和终点外的其它顶点称作**内顶点**
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4$
    内顶点包括v_2和v_3



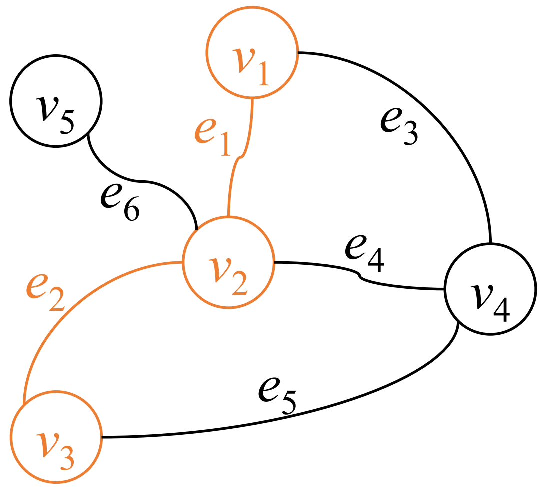
迹、路、内顶点

- 边在序列中不重复出现的路线称作踪迹，简称迹
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4, e_4, v_2, e_6, v_5$
- 顶点在序列中不重复出现的迹称作**路径**，简称**路**。路中除起点和终点外的其它顶点称作**内顶点**
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4$
    内顶点包括v_2和v_3



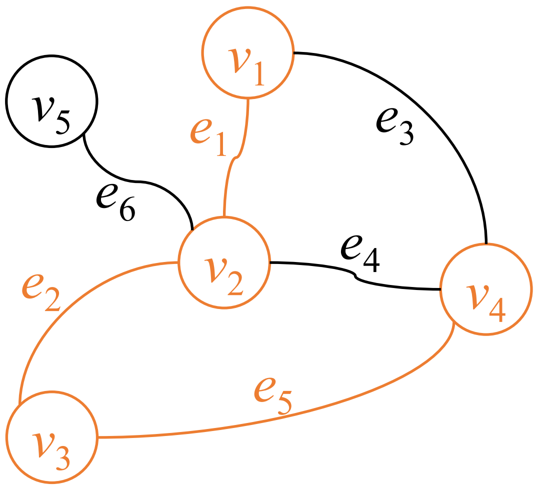
迹、路、内顶点

- 边在序列中不重复出现的路线称作踪迹，简称迹
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4, e_4, v_2, e_6, v_5$
- 顶点在序列中不重复出现的迹称作**路径**，简称**路**
  路中除起点和终点外的其它顶点称作**内顶点**
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4$
    内顶点包括v_2和v_3



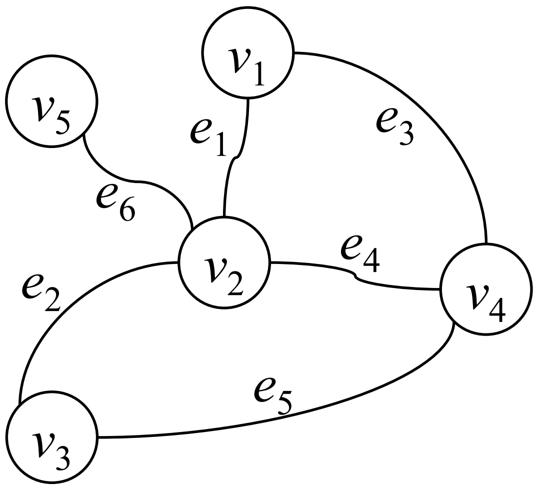
迹、路、内顶点

- 边在序列中不重复出现的路线称作踪迹，简称迹
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4, e_4, v_2, e_6, v_5$
- 顶点在序列中不重复出现的迹称作**路径**，简称**路**
  路中除起点和终点外的其它顶点称作**内顶点**
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4$
    内顶点包括v_2和v_3



迹、路、内顶点

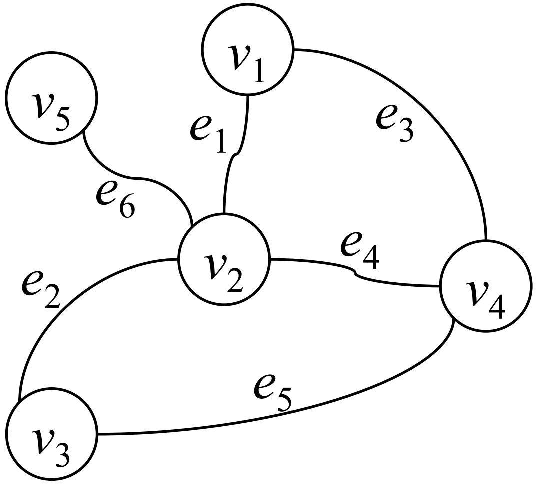
- 边在序列中不重复出现的路线称作踪迹，简称迹
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4, e_4, v_2, e_6, v_5$
- 顶点在序列中不重复出现的迹称作路径，简称路
  路中除起点和终点外的其它顶点称作内顶点
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_4$
    内顶点包括v_2和v_3



- 在不含重边的简单图中，以两个特定顶点为端点的边是唯一的，因此，路线的序列表示可以省略边。
  - 例如：$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_2, v_2$可简记作$v_1, v_2, v_3, v_2$

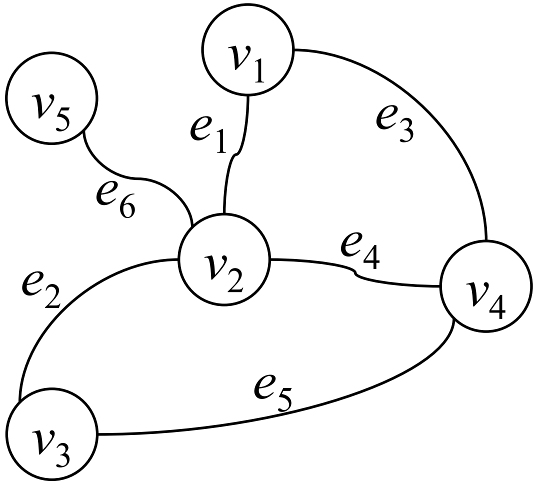
思考题2.1

- 若图中存在u-v路线，则一定存在u-v迹吗？



思考题2.1

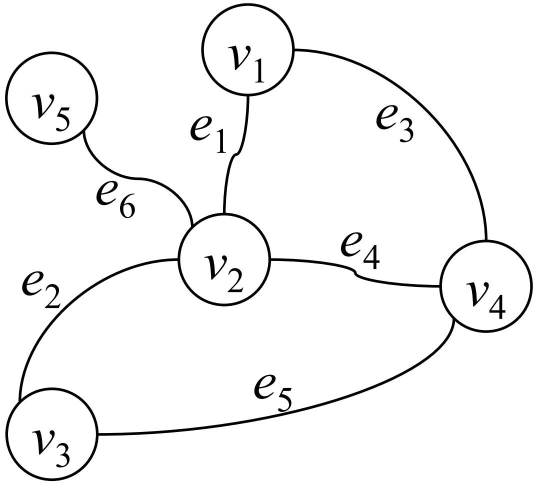
- 若图中存在u-v路线，则一定存在u-v迹吗？
  - $v_3, e_2, v_2, e_4, v_4, e_3, v_1, e_1, v_2, e_4, v_4, e_4, v_2$



思考题2.1

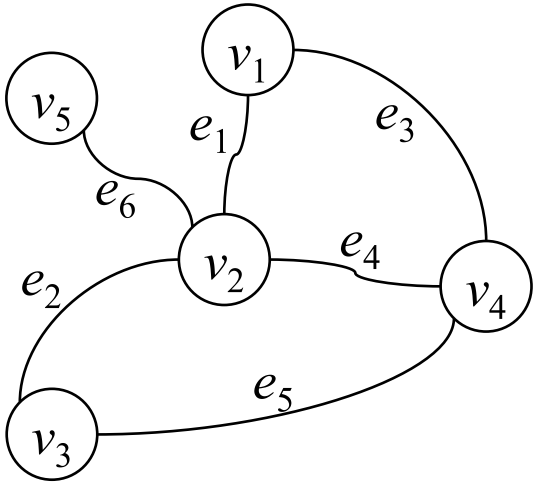
- 若图中存在u-v路线，则一定存在u-v迹吗？
  - $v_3, e_2, v_2, e_4, v_4, \boxed{e_3, v_1, e_1, v_2, e_4, v_4}, e_4, v_2$

    删除重复边之间的子序列



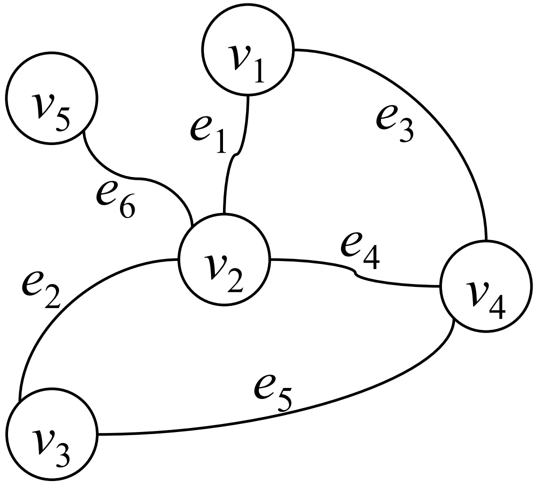
思考题2.1

- 若图中存在u-v路线，则一定存在u-v迹吗？
  - $v_3, e_2, v_2, e_4, v_4, e_4, v_2$



思考题2.1

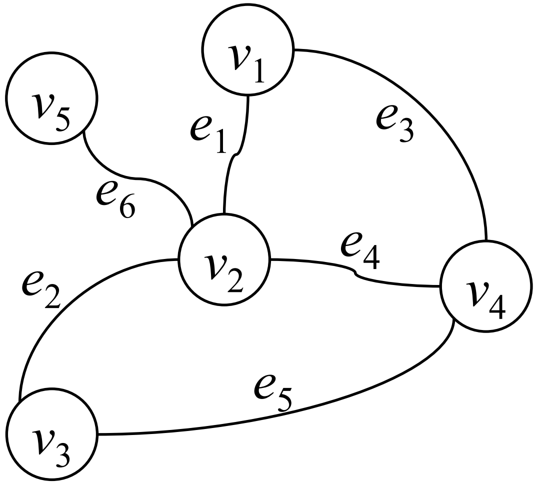
- 若图中存在u-v路线，则一定存在u-v迹吗？
  - $v_3, e_2, v_2, e_4, v_4, e_4, v_2$



思考题2.1

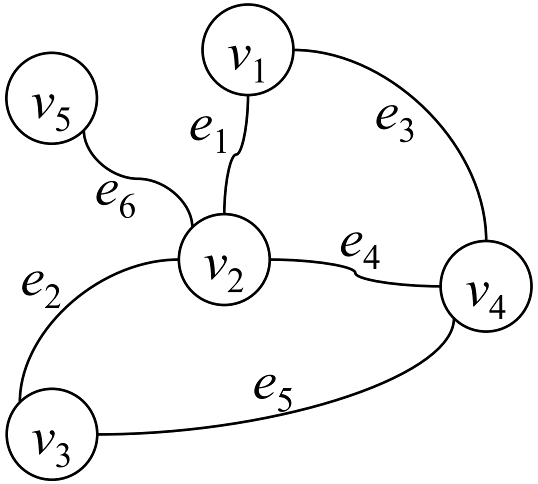
- 若图中存在u-v路线，则一定存在u-v迹吗？
  - $v_3, e_2, v_2, \boxed{e_4, v_4, e_4, v_2}$

    删除重复边之间的子序列



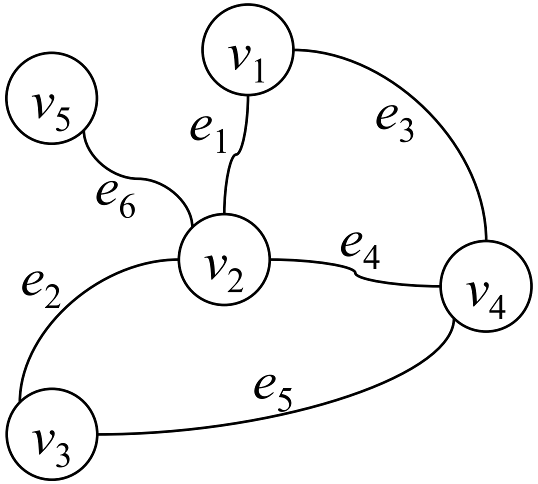
思考题2.1

- 若图中存在u-v路线，则一定存在u-v迹吗？
  - v_3, e_2, v_2



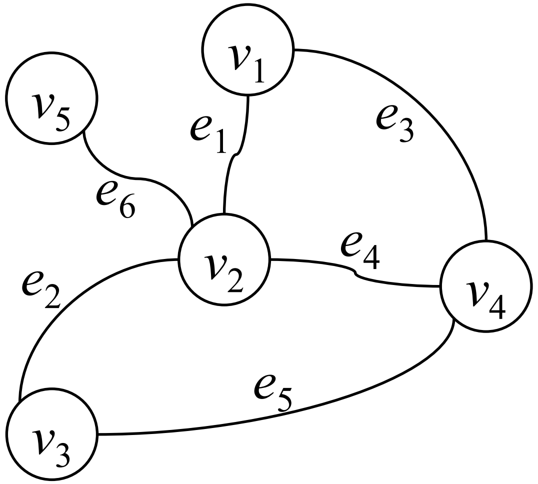
思考题2.1

- 若图中存在u-v路线，则一定存在u-v迹吗？
  - v_3, e_2, v_2
- 若图中存在u-v迹，则一定存在u-v路吗？



思考题2.1

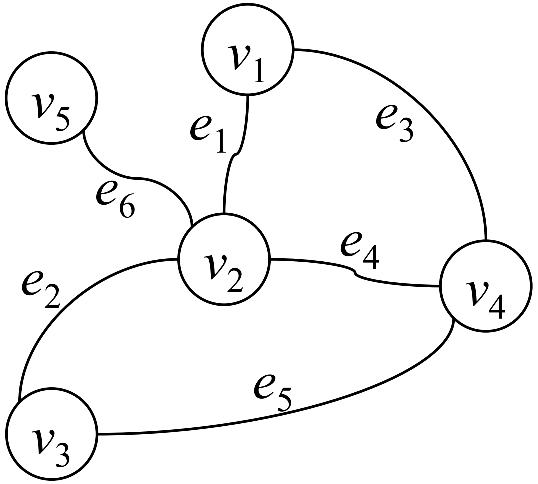
- 若图中存在u-v路线，则一定存在u-v迹吗？
  - v_3, e_2, v_2
- 若图中存在u-v迹，则一定存在u-v路吗？
  - $v_1, v_2, v_3, v_4, v_2, v_5$



思考题2.1

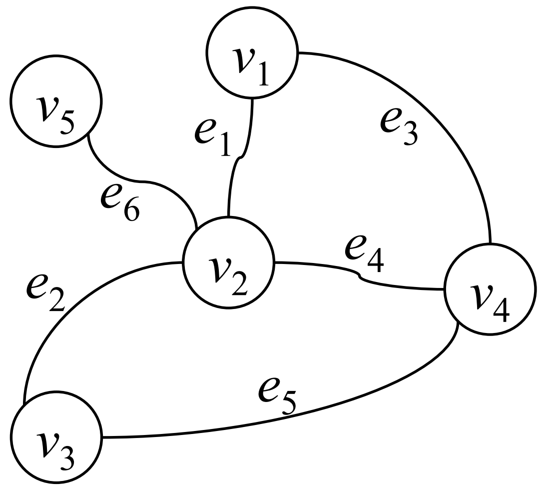
- 若图中存在u-v路线，则一定存在u-v迹吗？
  - v_3, e_2, v_2
- 若图中存在u-v迹，则一定存在u-v路吗？
  - $v_1, v_2, \boxed{v_3, v_4, v_2}, v_5$

  删除重复顶点之间的子序列



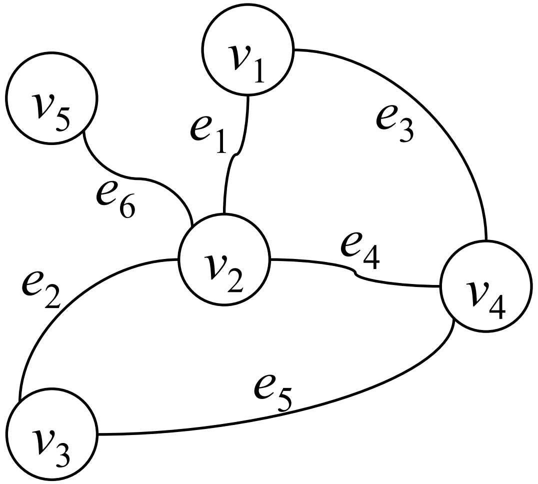
思考题2.1

- 若图中存在u-v路线，则一定存在u-v迹吗？
  - v_3, e_2, v_2
- 若图中存在u-v迹，则一定存在u-v路吗？
  - v_1, v_2, v_5



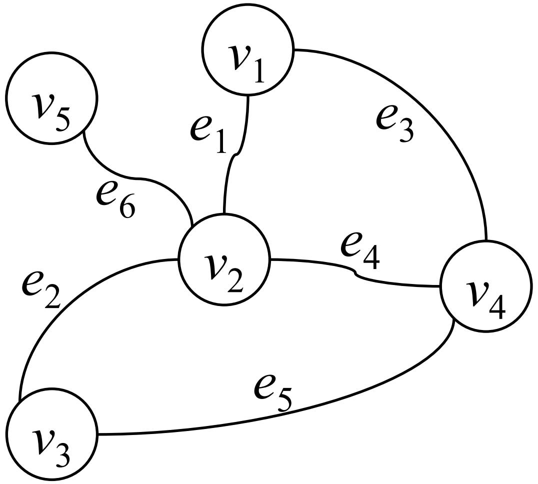
思考题2.2

- 若图中存在u-v路线和v-w路线，则一定存在u-w路线吗？



思考题2.2

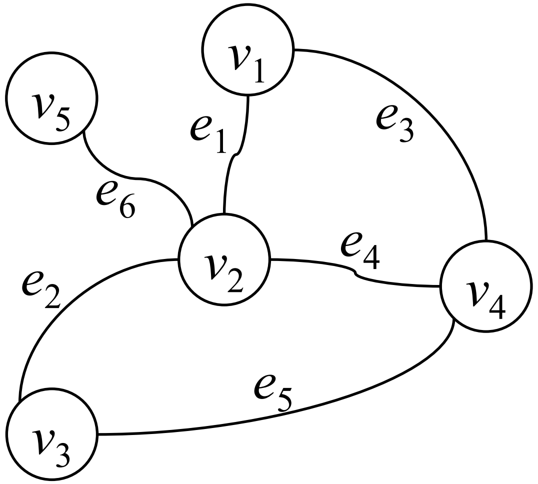
- 若图中存在u-v路线和v-w路线，则一定存在u-w路线吗？
  - v_1, v_2, v_5　　　v_5, v_2, v_3



思考题2.2

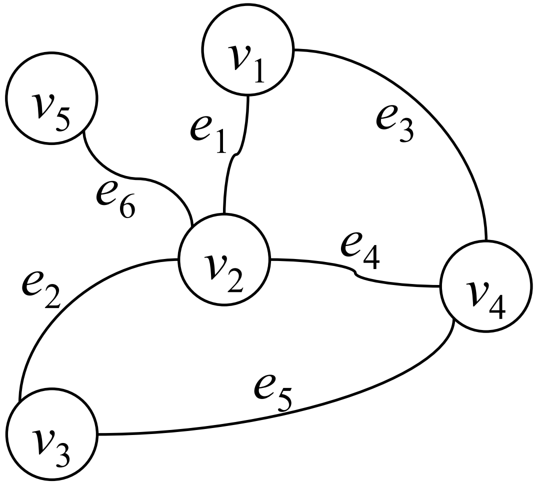
- 若图中存在u-v路线和v-w路线，则一定存在u-w路线吗？
  - $v_1, v_2, \boxed{v_5 \quad\quad v_5}, v_2, v_3$

    序列拼接



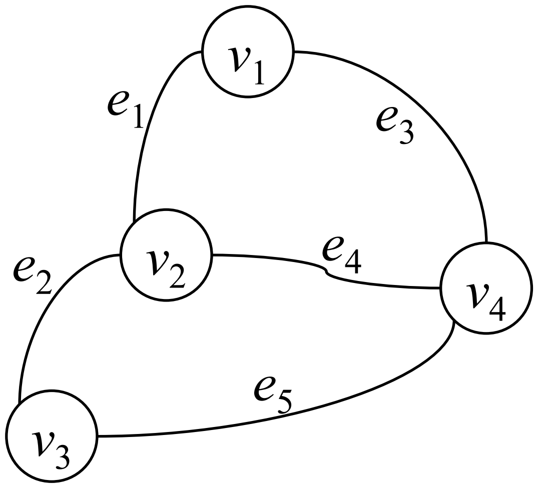
思考题2.2

- 若图中存在u-v路线和v-w路线，则一定存在u-w路线吗？
  - v_1, v_2, v_5, v_2, v_3



思考题2.3

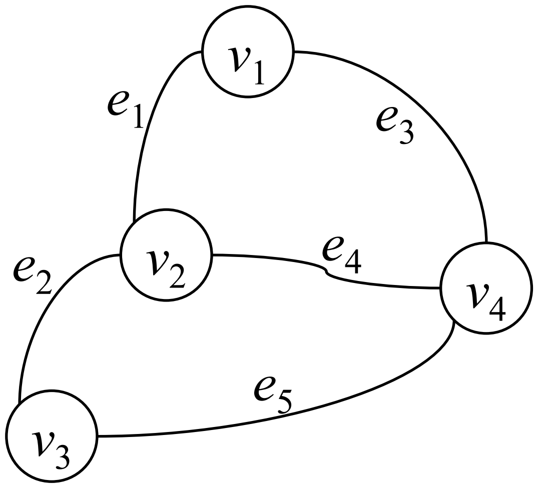
- 对于图G的邻接矩阵$\boldsymbol{A}$，矩阵$\boldsymbol{A}^k$的第i行第j列元素有什么含义？



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

思考题2.3

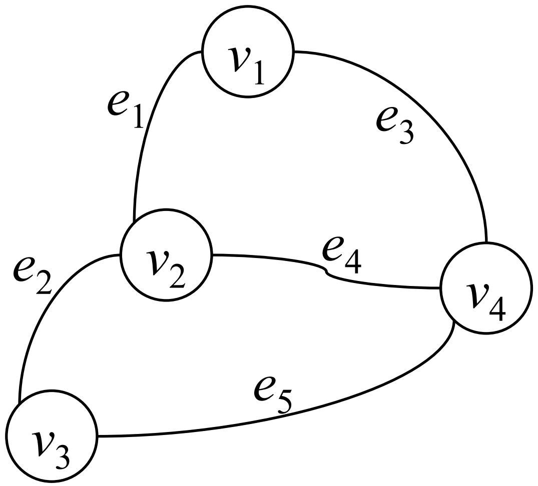
- 对于图G的邻接矩阵$\boldsymbol{A}$，矩阵$\boldsymbol{A}^k$的第i行第j列元素有什么含义？
  - 长度为k的v_i-v_j路线的数量



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

思考题2.3

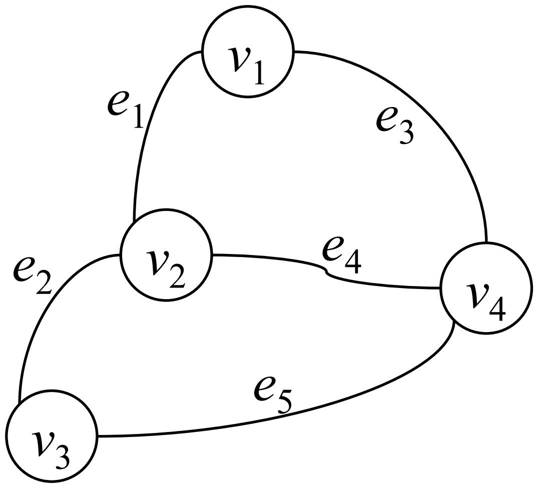
- 对于图G的邻接矩阵$\boldsymbol{A}$，矩阵$\boldsymbol{A}^k$的第i行第j列元素有什么含义？
  - 长度为k的v_i-v_j路线的数量
    采用数学归纳法：
    - 当$k=1$时：
    - 假设$k=n$时成立，则$k=n+1$时：



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

思考题2.3

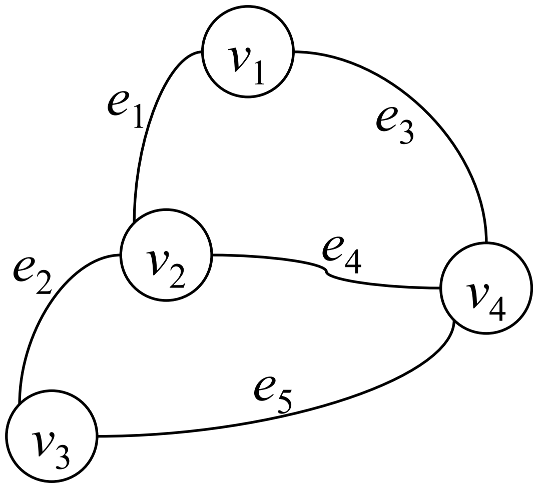
- 对于图G的邻接矩阵$\boldsymbol{A}$，矩阵$\boldsymbol{A}^k$的第i行第j列元素有什么含义？
  - 长度为k的v_i-v_j路线的数量
    采用数学归纳法：
    - 当$k=1$时：$\boldsymbol{A}^k=\boldsymbol{A}$，成立。
    - 假设$k=n$时成立，则$k=n+1$时：



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

思考题2.3

- 对于图G的邻接矩阵$\boldsymbol{A}$，矩阵$\boldsymbol{A}^k$的第i行第j列元素有什么含义？
  - 长度为k的v_i-v_j路线的数量
    采用数学归纳法：
    - 当$k=1$时：$\boldsymbol{A}^k=\boldsymbol{A}$，成立。
    - 假设$k=n$时成立，则$k=n+1$时：

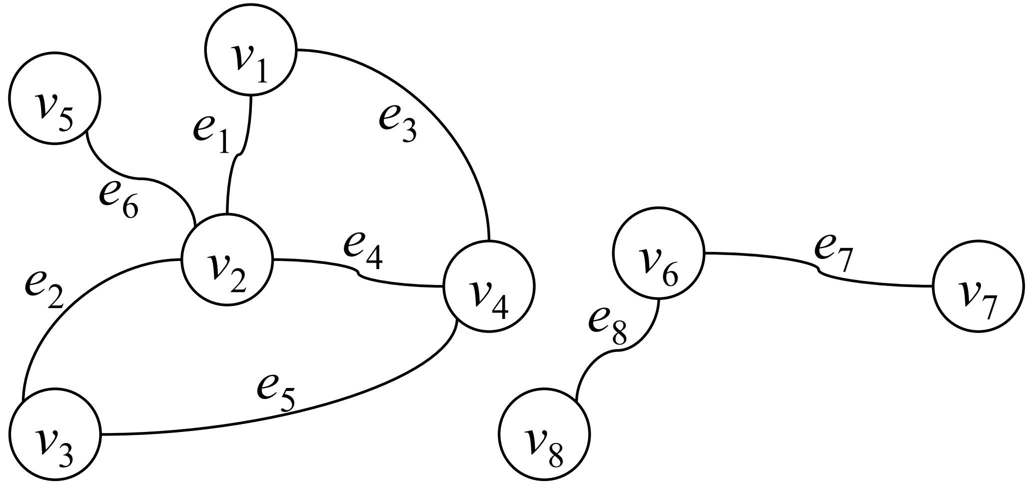


$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{A}^n$的第i行：长度为n的v_i-*路线的数量
$\boldsymbol{A}$的第j列：长度为1的*-v_j路线的数量

连通、不连通

- 若图中存在u-v路，则称顶点u和v**连通**，否则称u和v**不连通**。
  - 例如：顶点v_1, v_2, v_3, v_4, v_5两两连通，它们和顶点v_6, v_7, v_8不连通



定理2.1

- 连通关系是定义在顶点集上的等价关系。

定理2.1

- 连通关系是定义在顶点集上的等价关系。
  - 自反性：
  - 对称性：
  - 传递性：

定理2.1

- 连通关系是定义在顶点集上的等价关系。
  - 自反性：对于图$G = <V, E>$中任意一个顶点$v \in V$，存在平凡v-v路。
  - 对称性：
  - 传递性：

定理2.1

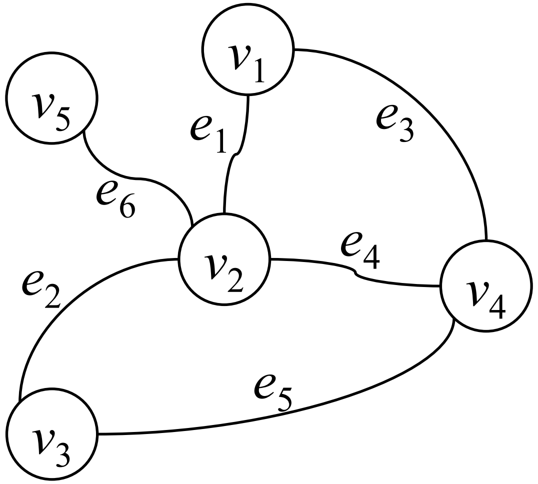
- 连通关系是定义在顶点集上的等价关系。
  - 自反性：对于图$G=<V, E>$中任意一个顶点$v \in V$，存在平凡v-v路。
  - 对称性：对于任意两个顶点$u,v \in V$，若存在u-v路，则其逆序列是v-u路。
  - 传递性：

定理2.1

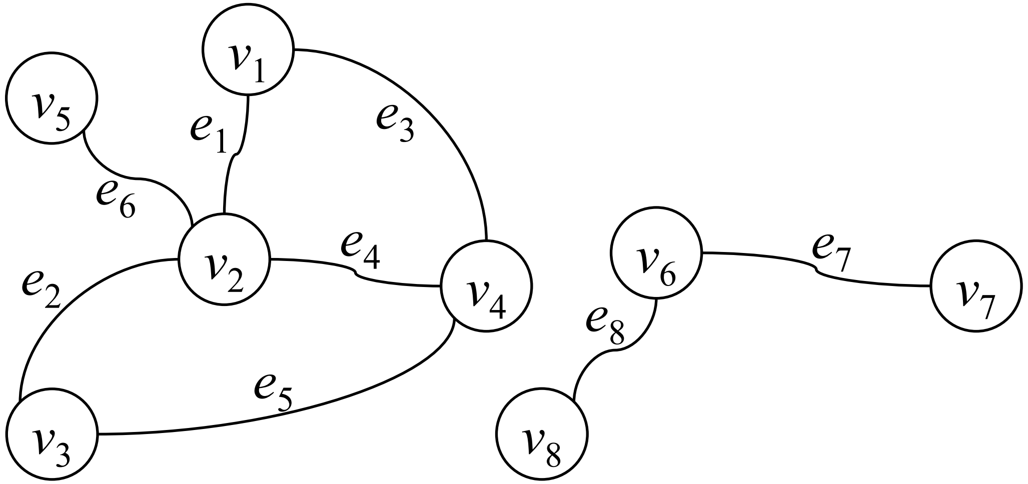
- 连通关系是定义在顶点集上的等价关系。
  - 自反性：对于图$G = <V, E>$中任意一个顶点$v \in V$，存在平凡v-v路。
  - 对称性：对于任意两个顶点$u,v \in V$，若存在u-v路，则其逆序列是v-u路。
  - 传递性：对于任意三个顶点$u,v,w \in V$，若存在u-v路和v-w路，则这两个序列拼接形成一条u-w路线，其包含的一个子序列是一条u-w路。

连通、连通图、不连通、不连通图

- 对于图$G = <V, E>$，若顶点集V中每对顶点都连通，则称G**连通**，是**连通图**，否则称G**不连通**，是**不连通图**。



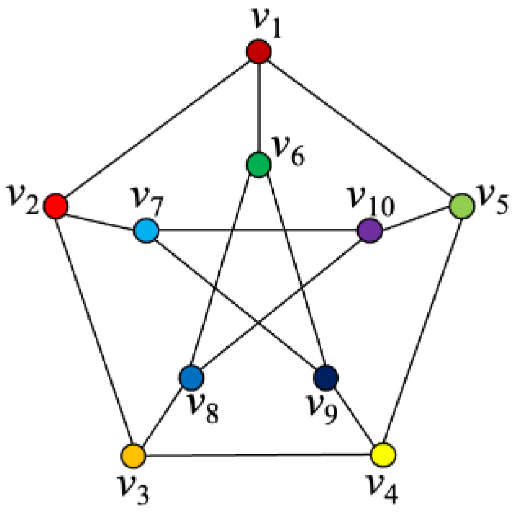
连通图



不连通图

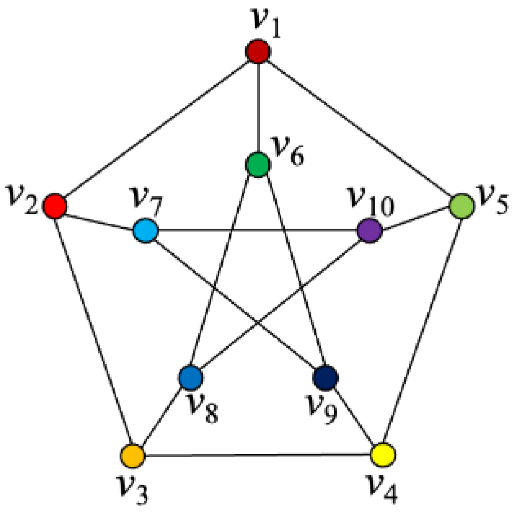
思考题2.5

- 彼得森图是连通图吗？



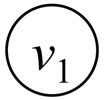
思考题2.5

- 彼得森图是连通图吗？
  - 是



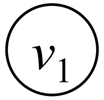
思考题2.6

- 平凡图是连通图吗？



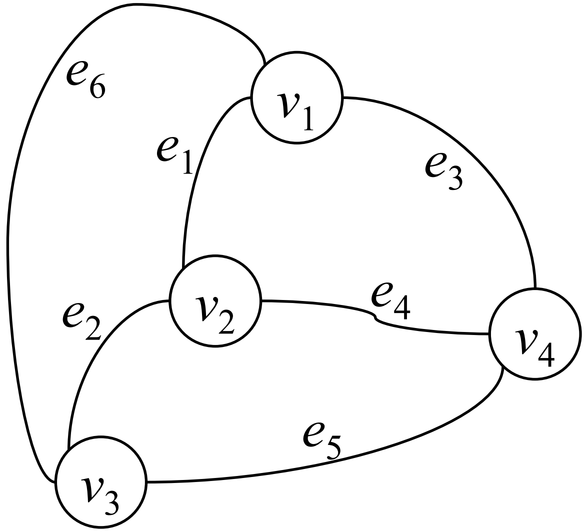
思考题2.6

- 平凡图是连通图吗？
  - 是



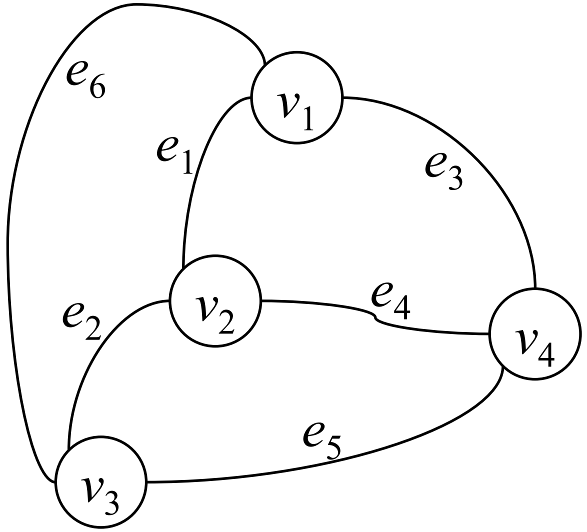
思考题2.7

- 完全图是连通图吗？



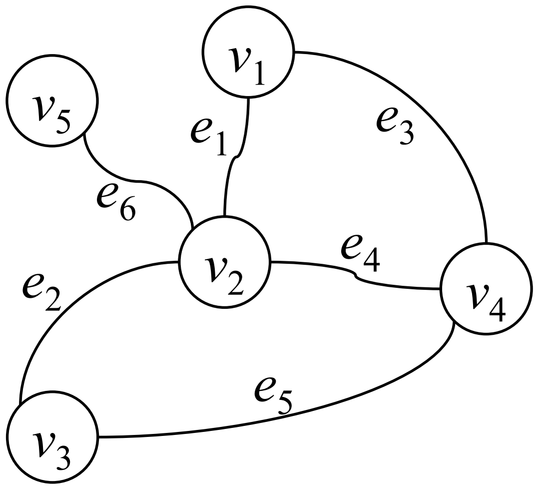
思考题2.7

- 完全图是连通图吗？
  - 是



思考题2.8

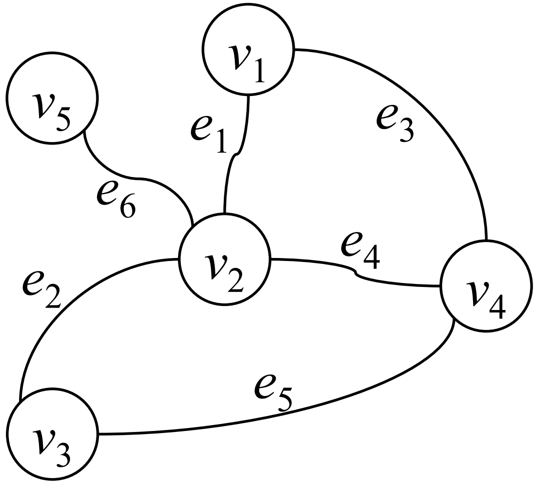
- 连通图的子图连通吗?



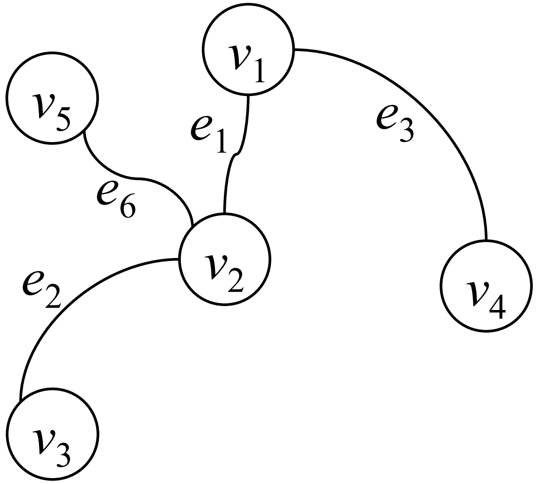
连通图

思考题2.8

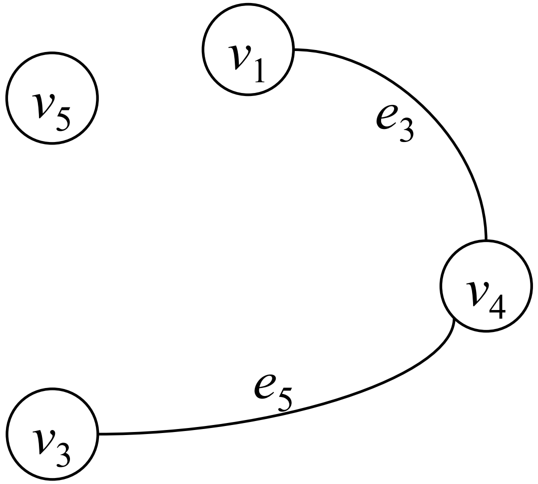
- 连通图的子图连通吗？
  - 有可能连通
  - 有可能不连通



连通图



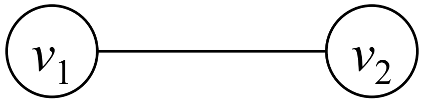
连通的子图



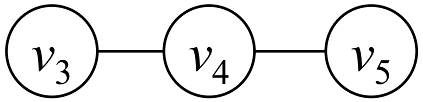
不连通的子图

思考题2.9

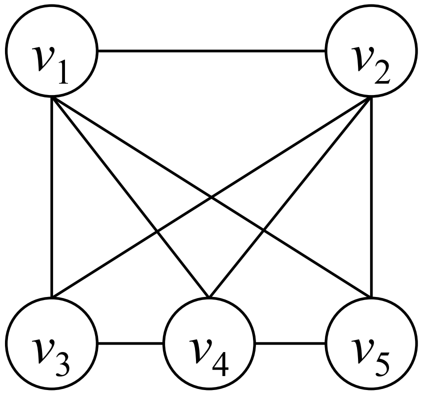
- 两个连通图的联连通吗？



图G



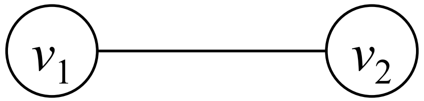
图H



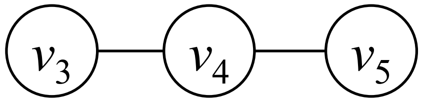
$G \vee H$

思考题2.9

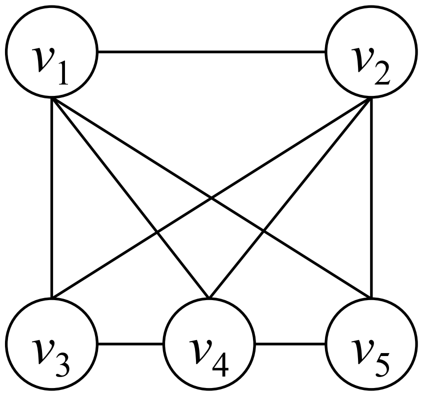
- 两个连通图的联连通吗？
  - 连通



图G



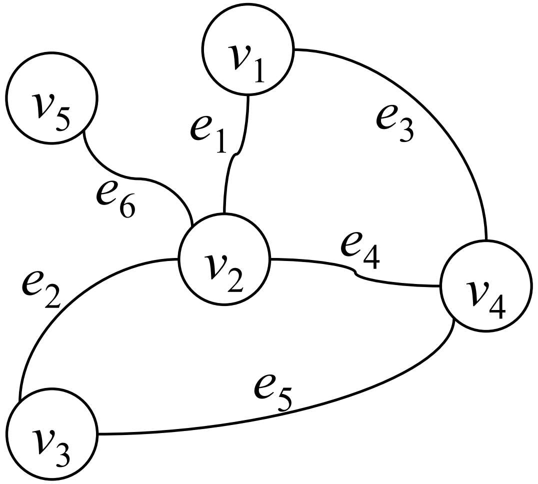
图H



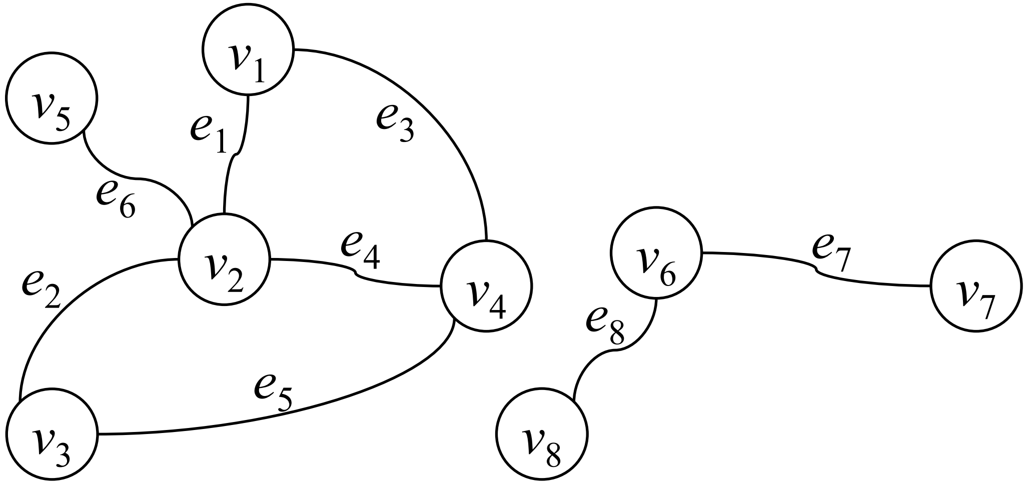
$G \vee H$

思考题2.10

- 连通图的邻接矩阵有什么特征？不连通图的邻接矩阵有什么特征？



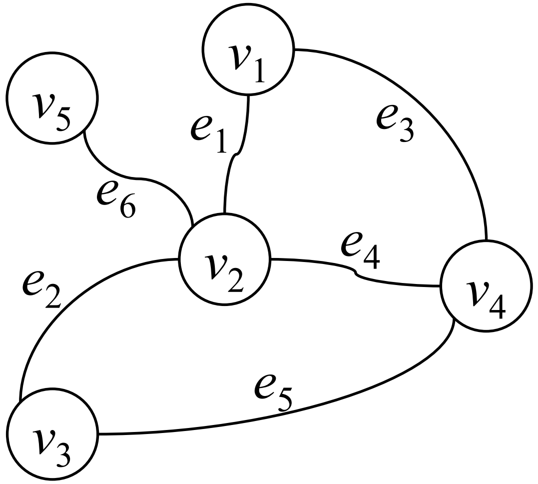
连通图



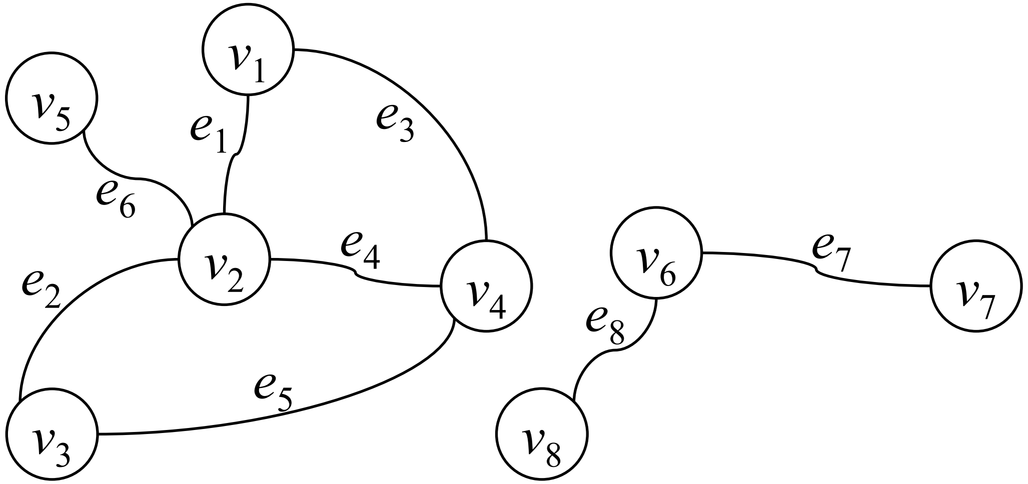
不连通图

思考题2.10

- 连通图的邻接矩阵有什么特征？不连通图的邻接矩阵有什么特征？
  - 矩阵A^k的第i行第j列元素：长度为k的v_i-v_j路线的数量。
    因此，$A(G) + A^2(G) + \ldots + A^{\nu(G)-1}(G)$的非主对角线元素全不为0。



连通图

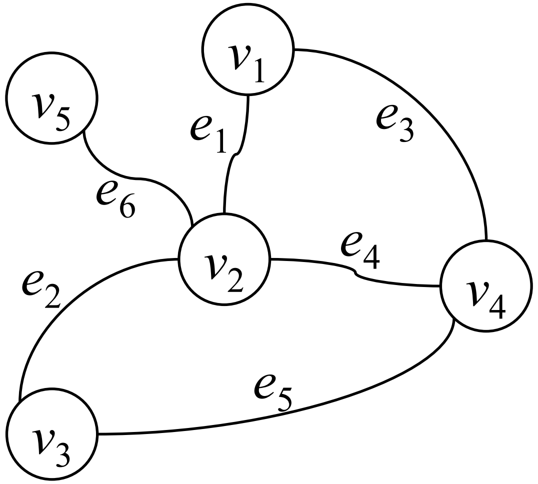


不连通图

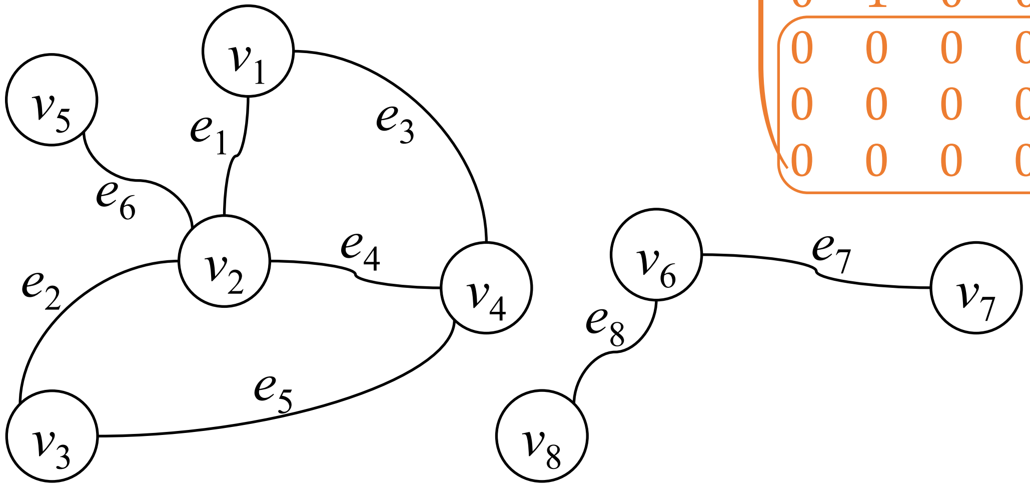
思考题2.10

- 连通图的邻接矩阵有什么特征？不连通图的邻接矩阵有什么特征？
  - 矩阵A^k的第i行第j列元素：长度为k的v_i-v_j路线的数量。
    因此，$A(G) + A^2(G) + \ldots + A^{\nu(G)-1}(G)$的非主对角线元素全不为0。
  - 可通过行置换和列置换转化为左下和右上为零矩阵的2×2分块矩阵。

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



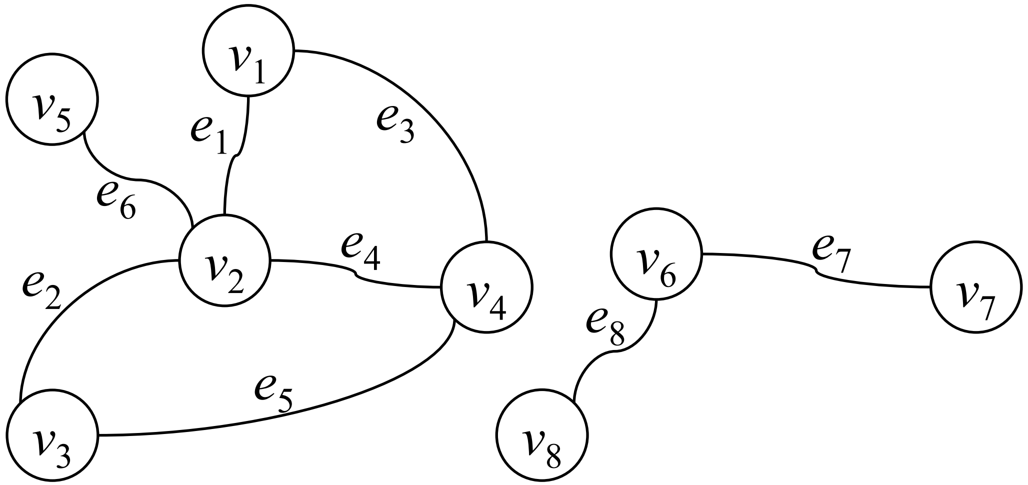
连通图



不连通图

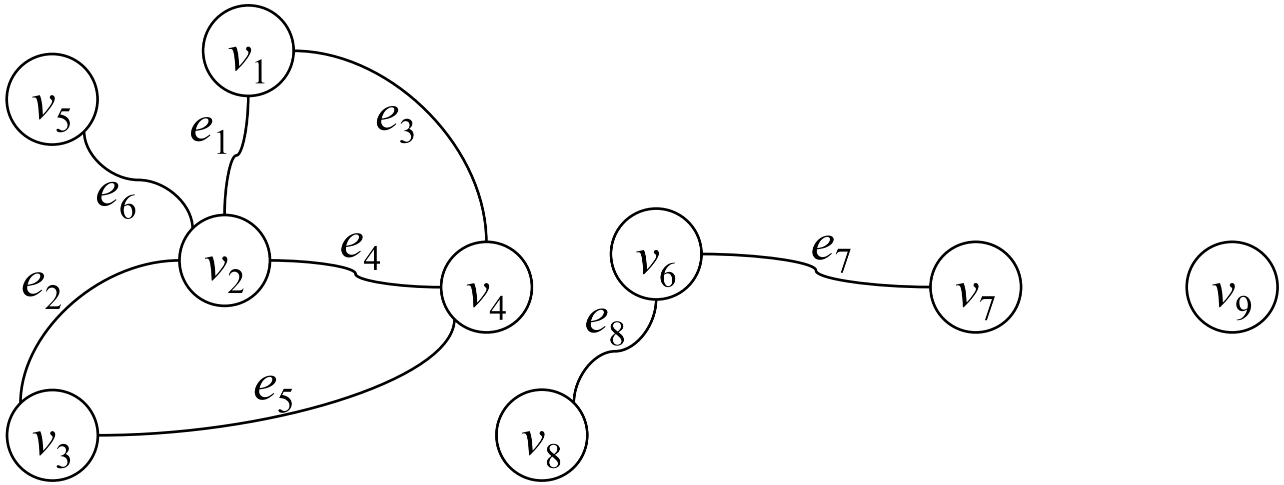
连通分支、平凡连通分支

- 图G的极大连通子图称作G的**连通分支**。
  极大连通子图的含义是：该子图连通，且不是G的任何连通子图的真子图。
  - 例如：2个连通分支



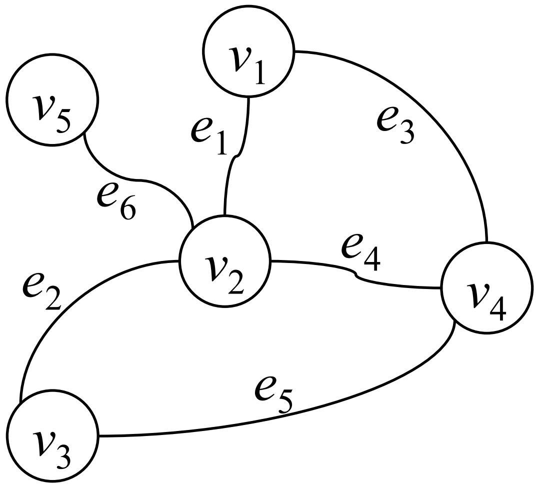
连通分支、平凡连通分支

- 图G的极大连通子图称作G的连通分支。
  极大连通子图的含义是：该子图连通，且不是G的任何连通子图的真子图。
  - 例如：2个连通分支
- 阶为1的连通分支称作**平凡连通分支**。



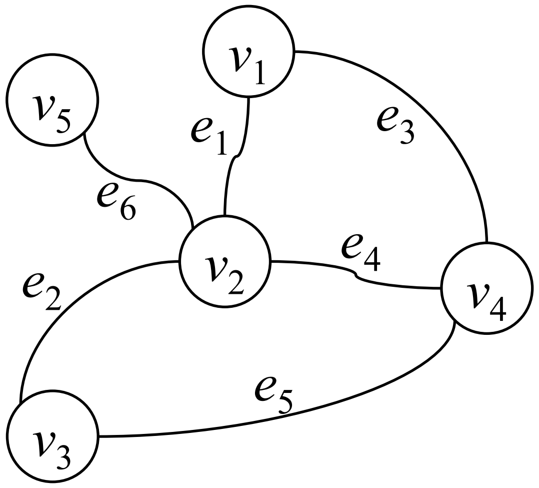
思考题2.11

- 连通图有多少个连通分支？



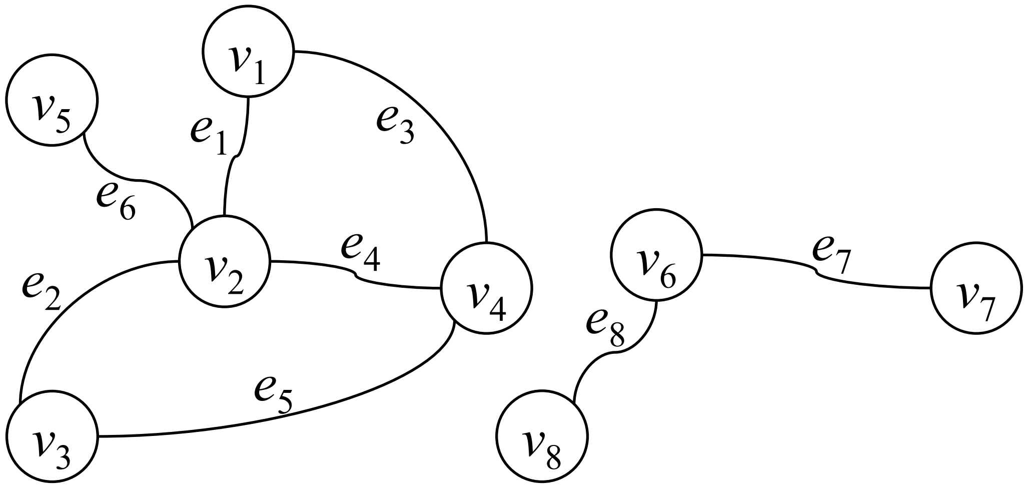
思考题2.11

- 连通图有多少个连通分支？
  - 1个



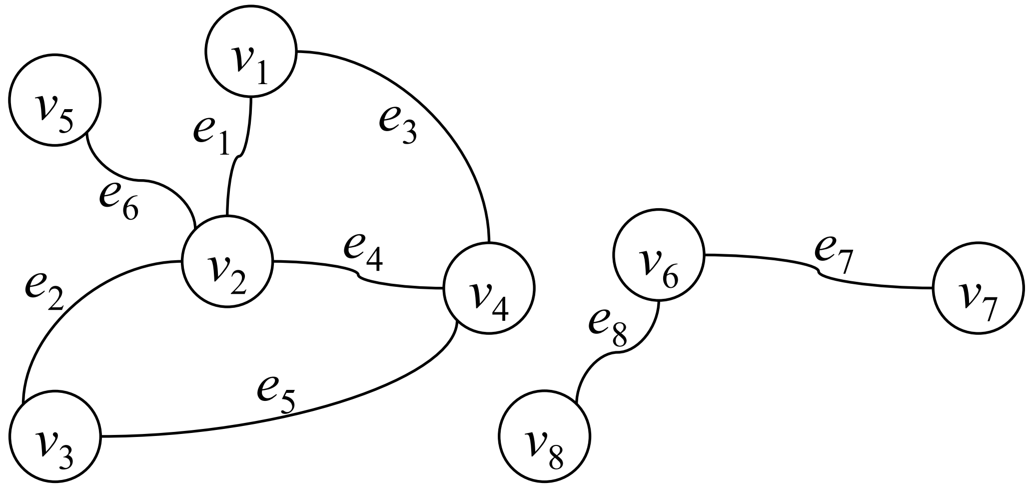
思考题2.12

- 一个顶点可以出现在图的两个连通分支中吗?
- 一条边可以出现在图的两个连通分支中吗?



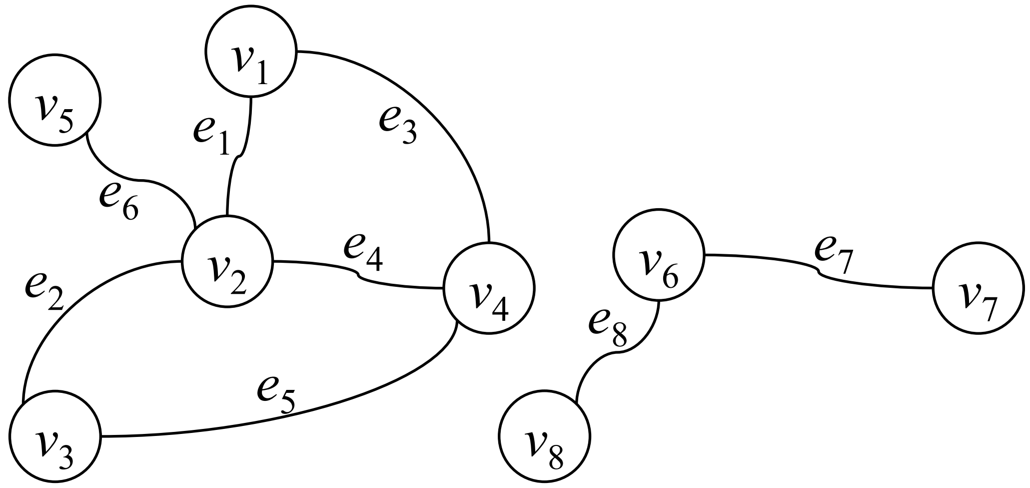
思考题2.12

- 一个顶点可以出现在图的两个连通分支中吗?
  - 不可以
- 一条边可以出现在图的两个连通分支中吗?



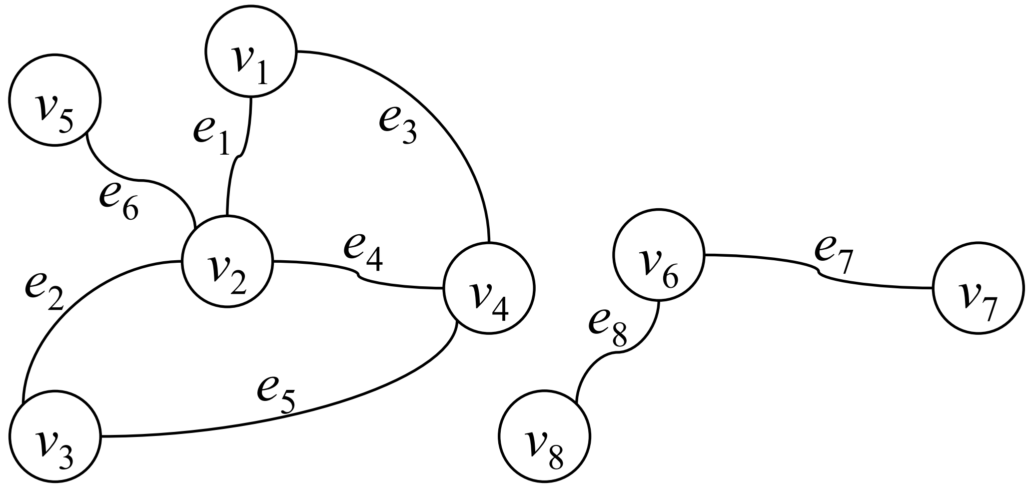
思考题2.12

- 一个顶点可以出现在图的两个连通分支中吗？
  - 不可以
- 一条边可以出现在图的两个连通分支中吗？
  - 不可以



思考题2.12

- 一个顶点可以出现在图的两个连通分支中吗？
  - 不可以
- 一条边可以出现在图的两个连通分支中吗？
  - 不可以



- 顶点集V上的连通关系将V划分为若干子集，每个子集$V_i \subseteq V$的点导出子图$G[V_i]$形成一个连通分支。

思考题2.13

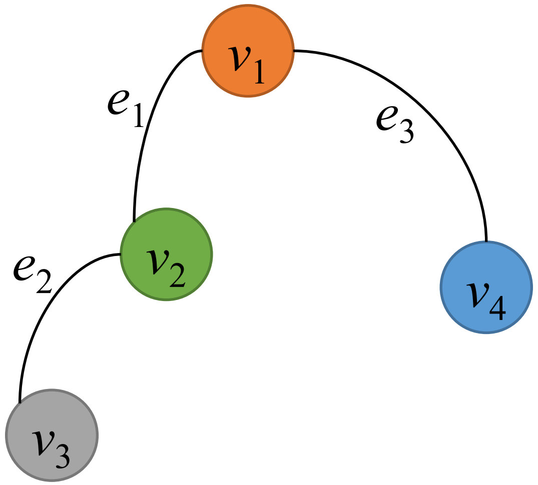
- 若图G连通，则图$\overline{G}$连通吗？

- 若G不连通，则$\overline{G}$连通吗？

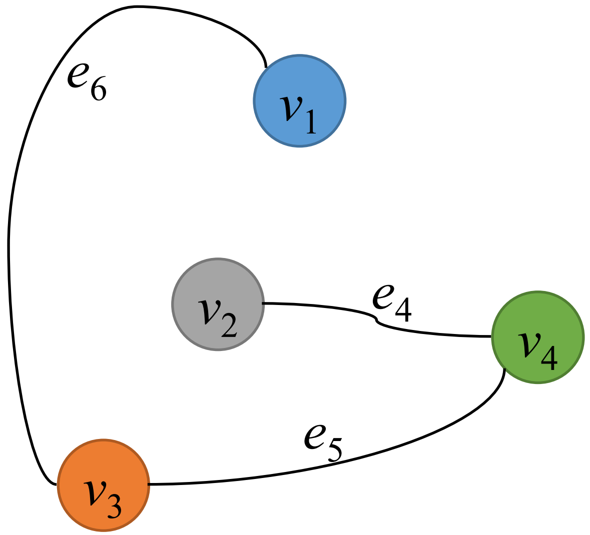
思考题2.13

- 若图G连通，则图$\overline{G}$连通吗？
  - 有可能连通

- 若G不连通，则$\overline{G}$连通吗？



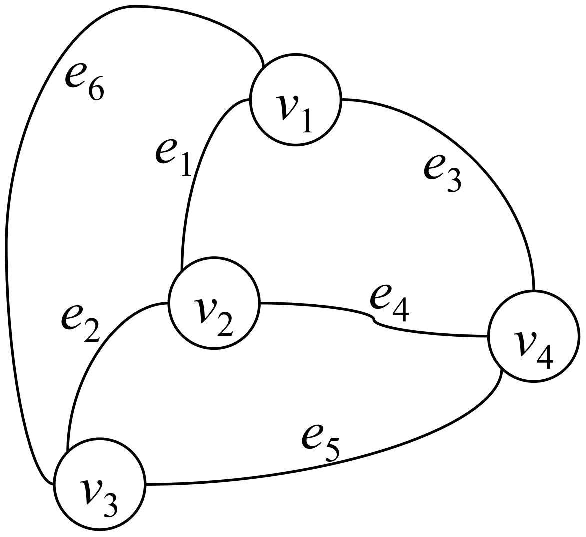
图G



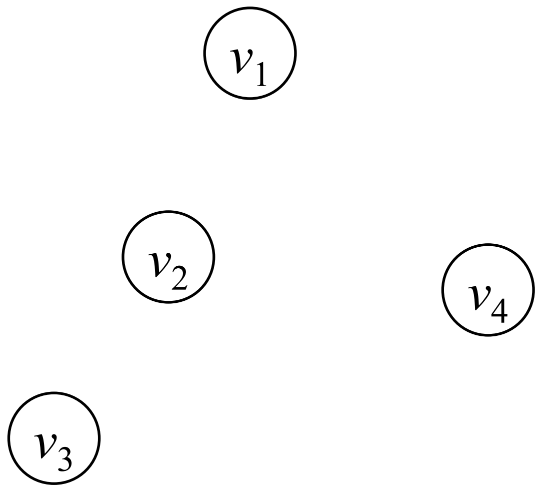
图$\overline{G}$

思考题2.13

- 若图G连通，则图$\overline{G}$连通吗？
  - 有可能连通
  - 有可能不连通
- 若G不连通，则$\overline{G}$连通吗？



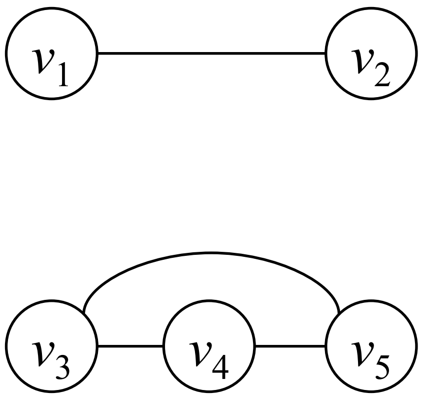
图G



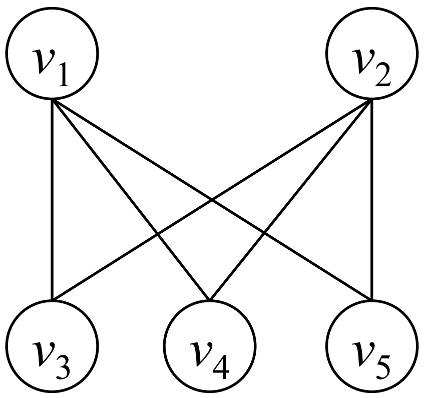
图$\overline{G}$

思考题2.13

- 若图G连通，则图$\overline{G}$连通吗？
  - 有可能连通
  - 有可能不连通
- 若G不连通，则$\overline{G}$连通吗？



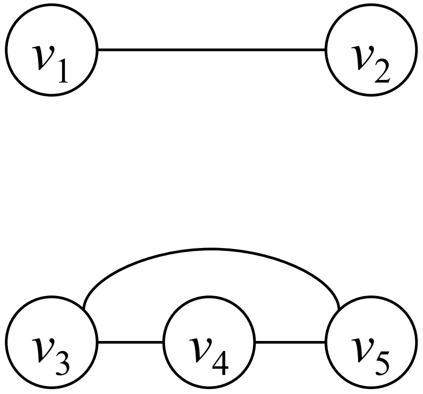
图G



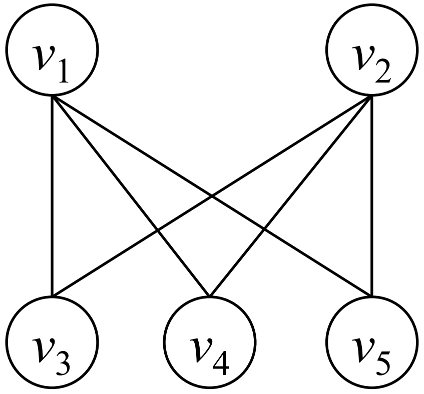
图$\overline{G}$

思考题2.13

- 若图G连通，则图$\overline{G}$连通吗？
  - 有可能连通
  - 有可能不连通
- 若G不连通，则$\overline{G}$连通吗？
  - G有至少2个连通分支。



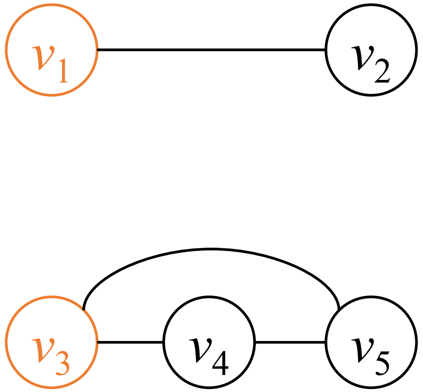
图G



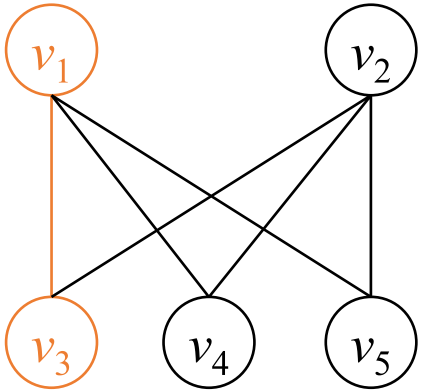
图$\overline{G}$

思考题2.13

- 若图G连通，则图$\overline{G}$连通吗？
  - 有可能连通
  - 有可能不连通
- 若G不连通，则$\overline{G}$连通吗？
  - G有至少2个连通分支。
  - 对于$\overline{G}$中任意两个顶点v_i和v_j
    - 若v_i和v_j在G的不同连通分支中，则v_i和v_j在$\overline{G}$中相邻。



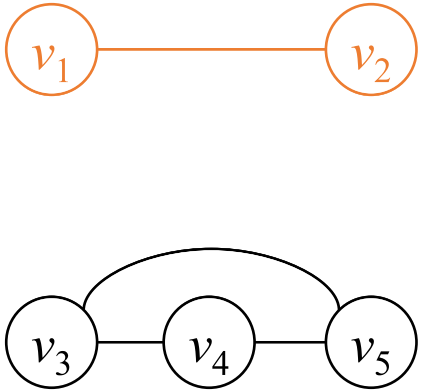
图G



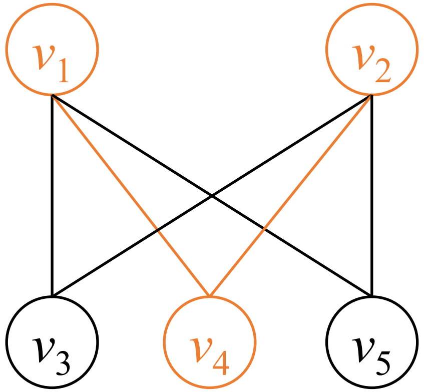
图$\overline{G}$

思考题2.13

- 若图G连通，则图$\overline{G}$连通吗？
  - 有可能连通
  - 有可能不连通
- 若G不连通，则$\overline{G}$连通吗？
  - G有至少2个连通分支。
  - 对于$\overline{G}$中任意两个顶点v_i和v_j
    - 若v_i和v_j在G的不同连通分支中，则v_i和v_j在$\overline{G}$中相邻。
    - 若v_i和v_j在G的同一个连通分支中，则v_i和v_j在$\overline{G}$中有公共邻点（在G的另一个连通分支中）。



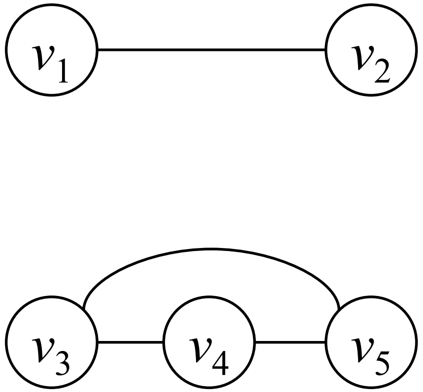
图G



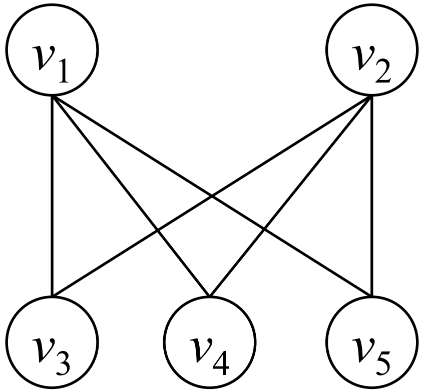
图$\overline{G}$

思考题2.13

- 若图G连通，则图$\overline{G}$连通吗？
  - 有可能连通
  - 有可能不连通
- 若G不连通，则$\overline{G}$连通吗？
  - G有至少2个连通分支。
  - 对于$\overline{G}$中任意两个顶点v_i和v_j
    - 若v_i和v_j在G的不同连通分支中，则v_i和v_j在$\overline{G}$中相邻。
    - 若v_i和v_j在G的同一个连通分支中，则v_i和v_j在$\overline{G}$中有公共邻点（在G的另一个连通分支中）。
  - 综上，$\overline{G}$连通。



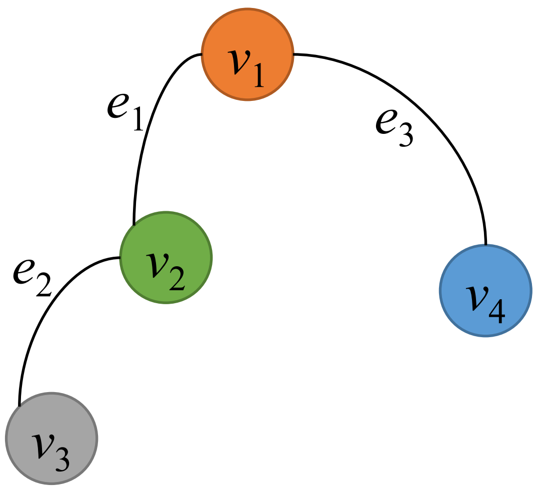
图G



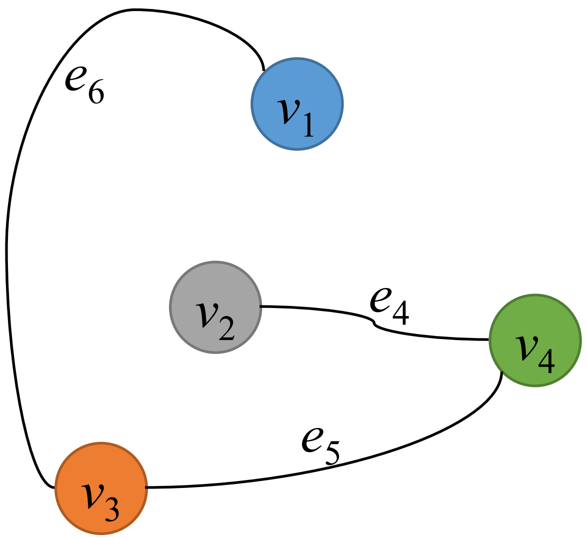
图$\overline{G}$

思考题2.14

- 自补图是连通图吗？



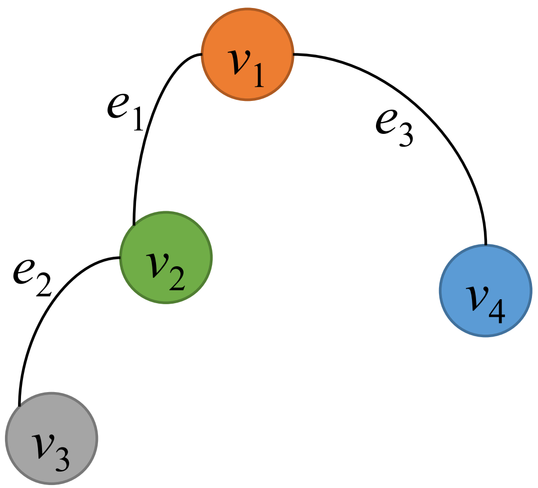
图G



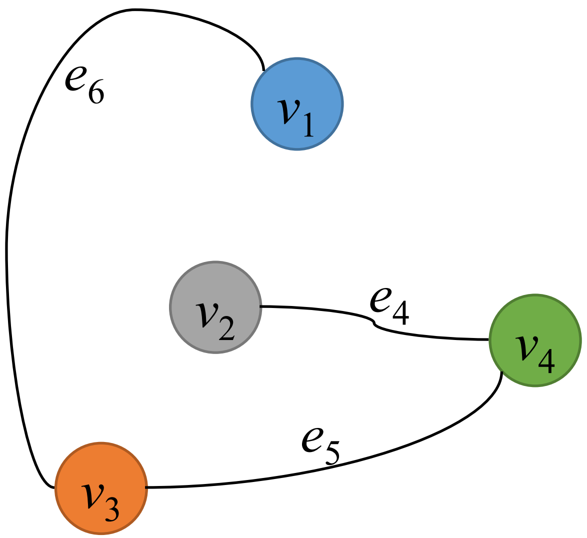
图$\overline{G}$

思考题2.14

- 自补图是连通图吗？
  - 是，否则，$\overline{G}$是连通图，而G和$\overline{G}$同构，矛盾。



图G



图$\overline{G}$

接下来进入算法部分